



Taller de Matemáticas Grado Octavo J.M.

2021

En Octavo un conocimiento del siglo Noveno

Profesora: Luz Myriam Alfonso Ortiz

Reducción y Comparación

Ancízar es un adolescente que ha decidido comenzar el año haciendo un pequeño inventario de algunos objetos que tiene en su pieza, entre juguetes, material de escritorio, ropa, curiosidades, etc. Y escribió: 3 modelos de aviones, 4 pares de zapatos, 3 borradores de goma, 7 cuadernos, 5 pelotas de diferentes tamaños, 2 jeans, 4 gorras, 23 libros, 3 rompecabezas, 5 esferos, 2 tajalápices, y a esta altura del inventario decidió escribir de forma abreviada, más simple, reducida, representativa, simbólica, para hacerlo más rápido, e hizo el siguiente listado:

3a, 4z, 3b, 7c, 5p, 2j, 4g, 23l, 3r, 5e, 2t.

Para Ancízar era claro el significado de cada letra, aviones es a, zapatos es z, libros es l, etc. y esto hizo más ágil su ejercicio de registro. Luego quiso ordenarlo alfabéticamente y obtuvo:

3a, 3b, 7c, 5e, 4g, 2j, 23l, 5p, 3r, 2t, 4z.

Evaristo el hermano menor de Ancízar, observó la actividad y lo imitó, encontrando que en su habitación había:

9 cuadernos, 1 rompecabezas, 6 esferos, 12 libros, 1 tajalápiz, 3 pares de zapatos, 2 gorras, 3 jeans, 2 borradores, 6 dinosaurios de plástico, 7 figuras de futbolistas. Cuando lo escribió de forma corta obtuvo:

9c, 1r, 6e, 12l, 1t, 3z, 2g, 3j, 2b, 6d, 7f.

Cuando lo ordenó alfabéticamente quedó:

2b, 9c, 6d, 6e, 7f, 2g, 3j, 12l, 1r, 1t, 3z.

Y observando atentamente consideró que podría reducirlo más, bajo el siguiente razonamiento: si sólo hay un elemento, sólo escribo la letra y entiendo que es uno solo:

2b, 9c, 6d, 6e, 7f, 2g, 3j, 12l, r, t, 3z.

Un rompecabezas, r, un tajalápiz, t.

La señora Zaida, madre de Ancízar y Evaristo les pide que hagan una sola lista reuniendo los dos inventarios y proceden así:

3a	(3 aviones)
3b + 2b = 5b	(5 borradores)
7c + 9c = 16c	(16 cuadernos)
6d	(6 dinosaurios)
5e + 6e = 11e	(11 esferos)
7f	(7 figuras de futbolistas)
4g + 2g = 6g	(6 gorras)
2j + 3j = 5j	(5 jeans)
23l + 12l = 35l	(35 libros)
5p	(5 pelotas)
3r + r = 4r	(4 rompecabezas)
2t + t = 3t	(3 tajalápices)
4z + 3z = 7z	(7 pares de zapatos)

Todo esto escrito en versión corta sería:

3a, 5b, 16c, 6d, 11e, 7f, 6g, 5j, 35l, 5p, 4r, 3t, 7z.

Más sencillo, si se está informado del contexto, y si sabemos lo que representa cada letra.

En otro lugar, 2 niñas más pequeñas, Dorotea y Cayetana hacían un ejercicio similar, pero con sus juguetes de animalitos.

Dorotea contó 2 leoncitos de peluche, 4 conejitos, 1 elefante, 3 vaquitas, 2 tigres de plástico, 2 hipopótamos, 3 jirafas, 5 gaticos, y lo representó así:

2l, 4c, 1e, 3v, 2t, 2h, 3j, 5g.

Y los ordenó alfabéticamente:

4c, e, 5g, 2h, 3j, 2l, 2t, 3v.

Observemos que ella eliminó el 1 de elefantes pues lo consideró redundante (p.e. subir para arriba), si sólo aparece una e, es porque sólo hay un elefante.

Cayetana mientras tanto hizo el siguiente listado:

3 perritos, 1 león, 2 conejitos, 3 focas, 2 elefantes, 3 tigres, 2 jirafas, 2 gatos, 1 hipopótamo.

Ordenado alfabéticamente y sin redundancias (p.e. salir para afuera) quedó así:

2c, 2e, 3f, 2g, h, 2j, l, 3p, 3t.

El padre de las niñas, don Algemiro, también les pidió reunir los dos registros, quedando así:

$4c + 2c = 6c$	(6 conejitos)
$2e + e = 3e$	(3 elefantes)
$3f$	(3 focas)
$5g + 2g = 7g$	(7 gatos)
$2h + h = 3h$	(3 hipopótamos)
$3j + 2j = 5j$	(5 jirafas)
$2l + l = 3l$	(3 leoncitos)
$3p$	(3 perritos)
$2t + 3t = 5t$	(5 tigres)

Como vemos pueden sumar los juguetes que son semejantes, gatos con gatos, jirafas con jirafas, lógicamente.

Estas dos situaciones también pueden ocurrir en múltiples contextos, en la disposición de los objetos de la cocina, ollas con ollas, platos con platos, en el armario, en el escritorio, en el supermercado, en la ferretería, en la biblioteca, en geografía, en la presentación de estadísticas, etc., etc.

Nos queda claro también que **NO** podemos sumar 6 conejitos + 3 focas

$$6c + 3f = 6c + 3f$$

Deben ser de semejantes, pues de lo contrario el inventario no es veraz.

- Escribamos de manera simplificada y ordenada los siguientes inventarios.
 - 3 platos, 2 cucharas, 5 pocillos, 3 tenedores, 1 bandeja, 1 estufa, 1 nevera, 4 vasos, 1 molinillo.
 - 8 medias, 2 bufandas, 3 pantalones, 2 cinturones, 4 faldas, 5 sacos.
 - 2 martillos, 10 clavos, 8 tornillos, 5 destornilladores, 7 alicates, 3 espátulas, 9 brochas, 6 palustres.
 - Libros: 3 de geografía, 6 de biología, 5 de arte, 7 de psicología, 8 de historia, 20 de literatura, 3 de dibujo, 14 de idiomas.
- Ejercitemos la simplificación:
 - Sumemos aviones: $3a + 2a + 7a =$
 - Sumemos barcos: $12b + 5b =$
 - Sumemos casas: $3c + 8c + 10c =$
 - Sumemos árboles: $10a + 15a + 3a =$
 - “Talemos” árboles: $27a - 12a =$
 - Reunamos buses: $53b + 12b + 10b =$
 - Simplifiquemos carros: $120c + 30c + 10c =$
 - “Chatarricemos carros”: $200c - 45c =$
 - Agrupemos xilófonos: $5x + 3x + 14x =$
 - Reduzcamos xilófonos: $19x - 16x =$
 - Juntemos yoyos: $20y + 10y + 26y =$
 - Descartemos yoyos: $36y - 19y =$

- Ordenemos por semejanzas

Ejemplo: $3a + 5b + 8c + 7a + 3b + 10c =$
 $(3a + 7a) + (5b + 3b) + (8c + 10c) =$
 $10a + 8b + 18c$

Esta situación podría corresponder a: aguacates, bocadillos y curubas.

Ordena por semejanzas y plantea una posible situación (a qué corresponden las letras)

- $7m + 5p + 10z + 7p + 8z + 12m$
 - $15x + 3y + 8z + 14y - 5x + 10z$
 - $17a + 7b + 19e - 3a + 8b - 9e$
 - $25f + 19g + 35h - 8f - 7g - 14h$
 - $38r + 45t + 53v + 12r + 5t - 3v$
- Averigua como “detective árabe” qué termino ocupa el espacio vacío.
 Ejemplo: $16a + \underline{\quad} = 23a$
 Respuesta: $7a$, porque $16a + 7a = 23a$
 - $\underline{\quad} + 23x = 30x$
 - $3p + 5p + \underline{\quad} = 12p$
 - $19m + \underline{\quad} + 4m = 30m$
 - $25d - \underline{\quad} = 18d$
 - $30f + 5f - \underline{\quad} = 28f$

Pausa histórica

En el siglo noveno en Bagdad, el matemático y astrónomo Muhammed Ibn-Musa Al-khwarizmi (c. 780 - c. 850) escribió un tratado matemático titulado “Hisab Al-jabr W’almuqabalah” que significaba “la ciencia de la reducción y comparación” en el cual se hacía referencia a la solución de ecuaciones. Por primera vez, fue sistematizada el álgebra y discutida como una ciencia diferente de la aritmética.

El libro de Al-khwarizmi fue llevado a Europa en el siglo XII y traducido al latín, la lengua universal de las escuelas europeas. Como el libro fue estudiado en toda Europa, la palabra “al-jabr” inicial se transformó en “álgebra”, nombre con el cual se estudia esta rama de la matemática en nuestros días.

Al-khwarizmi trabajó la mayor parte de su vida en la Casa de la Sabiduría de Bagdad, una biblioteca que era además instituto de traducción y centro de enseñanza, un importante foco intelectual de la edad de oro islámica. Por desgracia, los mongoles destruyeron la Casa de la Sabiduría en 1258: la leyenda asegura que las aguas del Tigris se volvieron negras debido a la tinta de los libros lanzados al río.

Para variar, variables

Las letras que usamos para abreviar, acortar, reducir, facilitar las situaciones en estos inventarios que acabamos de manejar, pueden aparecer en expresiones matemáticas para simbolizar valores desconocidos o por averiguar:

$$3 + b = 5$$

$$b = 2$$

En cuyo caso, esta letra se denomina variable porque puede cambiar su valor, por ejemplo:

$$b + 14 = 19$$

$$b = 5$$

En el primer ejemplo b valía 2, en el segundo vale 5, es variable, de acuerdo con la situación.

En árabe la expresión “cosa desconocida” se castellaniza con una “x” y por ello se viralizó su uso para la incógnita, lo que no es conocido. Ejemplo:

$$X + 8 = 14$$

$$X = 6$$

Para la ciencia esta herramienta ha facilitado el manejo de la física, la química, la biología, etc, etc. porque las letras que simbolizan conceptos o propiedades se pueden cambiar por números. En la expresión que convierte grados Celsius a Kelvin lo observamos:

$$K = °C + 273$$

Sustituimos los grados Celsius donde está la letra C y hallamos su equivalente en Kelvin.

Ejemplo: Expresar en grados Kelvin la temperatura normal del cuerpo humano 36°C

$$K = °C + 273$$

$$K = 36 + 273$$

$$K = 309$$

- 5. Convertir las siguientes temperaturas a grados Kelvin.

Sustancia	Punto de fusión	Punto de ebullición
Agua	0 °C	100°C
Nitrógeno	-210°C	-196°C
Etanol	-114°C	78°C
Aluminio	660°C	2520°C
Oro	1063°C	2857°C

Antes de hacer las operaciones escribe la definición de punto de ebullición y punto de fusión.

- 6. Sí conocemos la temperatura en grados Kelvin y queremos pasar a Celsius, la expresión es:

$$°C = K - 273$$

Ejemplo: pasar a grados Celsius la temperatura máxima en la superficie del planeta Mercurio 738 K

$$°C = K - 273$$

$$°C = 738 - 273$$

$$°C = 465$$

Vemos que la letra K se reemplaza por el numero 738

- 7. Convertir a Celsius las temperaturas siguientes

a.

Planeta	Mínima	Máxima
Marte	150 K	309 K
Tierra	183 K	323 K

- b. La temperatura de la superficie del sol 5778 K